

6. 無限平行二平板間の熱伝達

• 目的

以下の事項を確認する。

- (1) 各セルごとに出力される熱流束ベクトルが正しく出力されること。
- (2) 気体から固体壁面への熱流束が正しく出力されること。
- (3) 固体壁面に入射する分子の並進運動エネルギーの度数分布が正しく出力されること。

• 計算内容

図 6.1 に示すように、壁面温度 $T_1 = 300\text{K}$ の無限平板 1 と、壁面温度 $T_2 = 600\text{K}$ の無限平板 2 を間隔 0.1m で平行に配置し、平板 1,2 の間に導入したアルゴンガスによる二平板間の熱の流れを計算する。この問題に対しては、二平板間の気体圧力が低く自由分子流となる場合には解析解が知られている [1]。計算結果をこの解析解と比較するために、導入アルゴンガスの圧力を $p = 0.001\text{Pa}$ として、アルゴン分子の平均自由行程が平板間隔より十分大きくなるようにする。

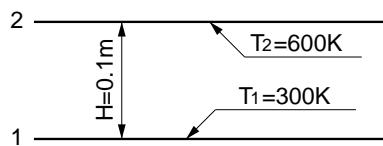


図 6.1 無限平行二平板間の熱伝達

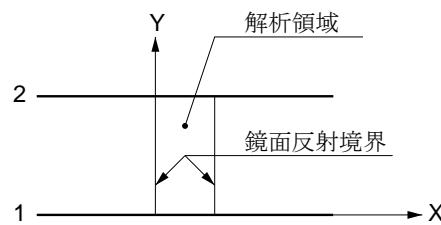


図 6.2 解析領域

解析領域として図 6.2 に示す領域をとり、2次元解析をする。流れ場が無限領域であることは、Z方向に関しては2次元解析をすることにより、X方向に関しては鏡面反射境界条件を平板と垂直な境界に課すことにより考慮される。

・ 解析領域のセル分割

平板に垂直な方向のマクロ量の一様性を確認するために図 6.3 に示すように平板に垂直方向を 5 個のセルに等分割する。

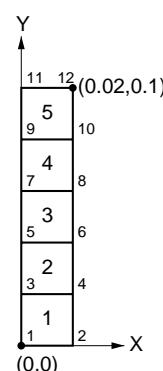


図 6.3 セル分割図

• 結果

(1) 热流束の理論値との比較

下側平板温度 T_1 , 上側平板温度 T_2 ($T_2 > t_1$) の無限平行二平板間の下向き熱流束 Q は、平板間の気体が自由分子流とみなされる場合

$$Q = nm \frac{(2R)^{3/2}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{T_1 T_2} (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}) \quad (\text{W/m}^2)$$

と表される [1]。ここで、 n は分子数密度 ($1/\text{m}^3$), m は分子 1 個の質量 (kg), R は単位質量当たり気体定数 ($\text{J}/(\text{kgK})$) である。

今の場合、数密度 n は $n = 2.38 \times 10^{17} (1/\text{m}^3)$ であり、 $m = 6.633526 \times 10^{-26} \text{kg}$ であるから、

$$\begin{aligned} Q &= 2.38 \times 10^{17} \times 6.633526 \times 10^{-26} \frac{(2 \times 208.1333)^{3/2}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{300 \times 600} (\sqrt{600} - \sqrt{300}) \\ &= 0.2302634 \quad (\text{W/m}^2) \end{aligned}$$

となる。

一方、計算結果による各セルの熱流束と、気体から上下平板への熱流束は、表 6.1, 6.2 に示す値となる。

| セル番号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 下向き熱流束 | 0.23023 | 0.23145 | 0.23013 | 0.23152 | 0.23151 |

表 6.1 平板間の各セルの熱流束 (W/m^2)

| | |
|---------------|----------|
| 気体から上側平板への熱流束 | -0.23098 |
| 気体から下側平板への熱流束 | 0.23098 |

表 6.2 気体から平板への熱流束 (W/m^2)

(2) 入射分子並進運動エネルギー分布の理論値との比較

平衡気体から壁面に入射する分子の並進運動エネルギー分布の確率密度関数は

$$f(\tilde{T}) = \left(\frac{3}{2T_G} \right)^2 \tilde{T} \exp \left(-\frac{3}{2T_G} \tilde{T} \right)$$

と表される。ここで \tilde{T} は入射分子の並進運動エネルギー $E_T = (1/2)mc^2$ を $E_T = (3/2)k\tilde{T}$ により温度に読み替えた値 $\tilde{T} = 2E_T/(3k)$ (K) であり, T_G は気体温度 (K) である。

今の場合、二平板間の流れは自由分子流であるから、下側平板に入射する分子に対しては T_G は上側平板の温度が適用され $T_G = T_2$ となり、上側平板に入射する分子に対しては T_G は下側平板の温度が適用され $T_G = T_1$ となる。

上記の確率密度関数に度数分布表の階級幅 50K を掛けた曲線と、入射分子の並進運動エネルギー相対度数分布の値を比較した結果を図 6.4,6.5 に示す。

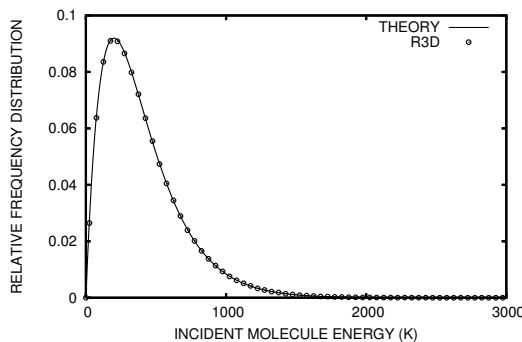


図 6.4 上側平板に入射する分子の並進運動エネルギー分布

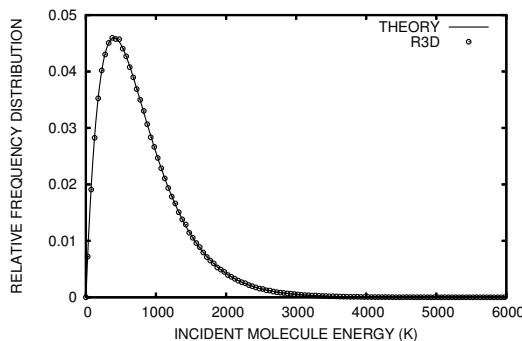


図 6.5 下側平板に入射する分子の並進運動エネルギー分布

入射分子並進運動エネルギー分布の平均値 \bar{E}_T は

$$\bar{E}_T = \frac{4T_G}{3} \quad (\text{K})$$

と表される。計算値との比較を表 6.3 に示す。

| | 上側平板入射分子エネルギー平均値 (K) | 下側平板入射分子エネルギー平均値 (K) |
|-----|----------------------|----------------------|
| 理論値 | 400 | 800 |
| 計算値 | 399.7 | 800.4 |

表 6.3 平板入射分子エネルギー平均値の理論値と計算値の比較

計算値と理論値は、ほぼ一致している。

•参考文献

- [1]Bird,G.A. : Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows : Clarendon,Oxford(1994),p.154.