

8.14 角パイプを過ぎる熱遷移流の流量

一边の長さ $W = 50\text{nm}$ の正方形断面を持つ長さ $L = 500\text{nm}$ の角パイプの壁面温度が、一端の 298K から他端の 302K までパイプ軸方向に線形分布しているとする。この角パイプを過ぎる熱遷移流を圧力レベル p を変えて解析し、圧力レベル p と質量流量 Q との関係を文献 [1] と比較する。

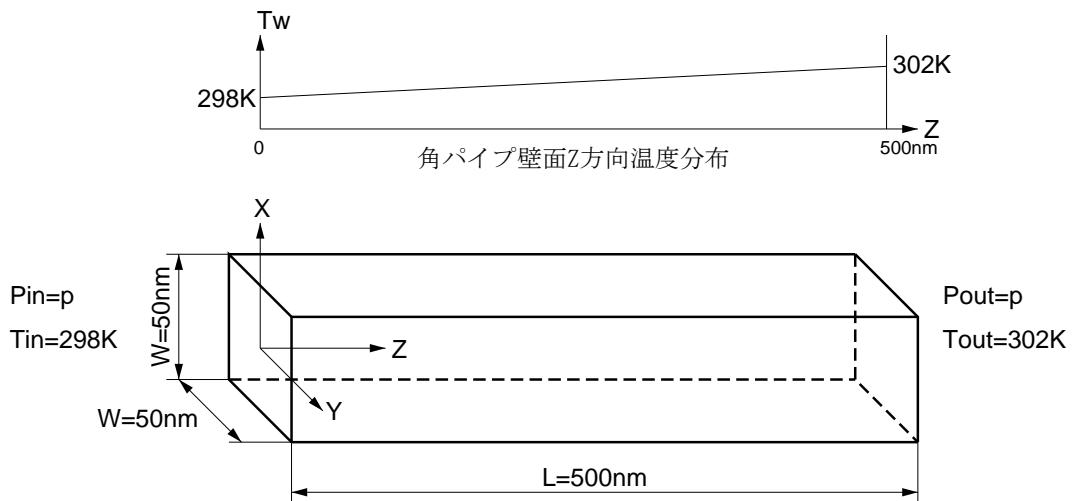


図 8.14.1 角パイプを過ぎる熱遷移流

角パイプ壁面条件

壁面温度：角パイプ一端 ($Z = 0\text{nm}$) で 298K 、角パイプ他端 ($Z = 500\text{nm}$) で 302K の線形分布を、パイプ軸方向のセル分割数 (125) の階段関数で近似する。

表面条件：拡散反射境界

気体条件

気体種 = アルゴン (単位質量当たり気体定数 $R = 208.1333\text{J}/(\text{kgK})$ 、分子を剛体球とみなしたときの全衝突断面積 $\sigma_T = 4.1455 \times 10^{-19}\text{m}^2$)

入口条件

圧力 $p_{in} = p$ (p の具体値は表 1 参照)、温度 $T_{in} = 298\text{K}$ のマクロ流入速度を自動設定する流入境界

出口条件

圧力 $p_{out} = p$ (p の具体値は表 1 参照)、温度 $T_{out} = 302\text{K}$ のマクロ流入速度を自動設定する流入境界

圧力レベル p

圧力レベル p を表 1 のように設定する。表中のクヌーセン数 K_n は、圧力 p , 温度 $T_0 = (T_{in} + T_{out})/2 = 300\text{K}$ における平均自由行程 $\lambda = kT_0/(\sqrt{2}\sigma_T p)$ (k はボルツマン定数 $1.380658 \times 10^{-23}\text{J/K}$) と角パイプ断面の辺長 W で定義される $K_n = \lambda/W$ の値である。

p (Pa)	K_n	p (Pa)	K_n
1.41301×10^6	0.1	4.46833×10^4	3.16228
4.46833×10^5	0.316228	1.41301×10^4	10
1.41301×10^5	1		

表 1 設定圧力レベルとクヌーセン数

セル分割

対称性を考慮して図 8.14.1 の第一象限の $1/4$ 領域を解析領域とする。断面を 10×10 分割、パイプ軸方向を 125 分割する (12500 個セル)。

結果

角パイプ両端を通過した偏差粒子数から質量流量 $Q(\text{kg/s})$ を算出する。この質量流量 Q を

$$Q_{NDM} = \frac{\sqrt{2RT_0}Q}{2W^3(dT/dx)(p/T_0)}$$

と無次元化する。ここで、温度勾配 dT/dx は、角パイプ入口出口からそれぞれ 75nm を除いた残りの部分の、角パイプ中央における z 方向温度分布に最小自乗法で適合した直線の勾配を用いた (この温度勾配は壁面温度勾配より若干小さい値となる)。この無次元流量 Q_{NDM} とクヌーセン数 K_n の関係を図 8.14.2 に示す。図中実線は文献 [1] の結果である。

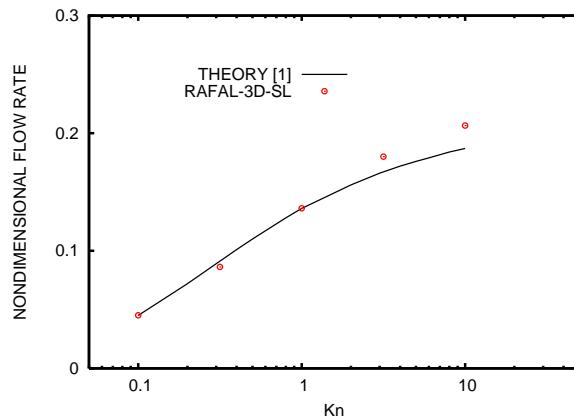


図 8.14.2 角パイプを通過する熱遷移流の無次元流量とクヌーセン数の関係

クヌーセン数 $K_n = 1$ までは文献 [1] と RAFAL-3D-SL のボルツマン方程式衝突項のモデル化の相違(剛体球分子の線形化モデルと BGK モデルの相違)にもかかわらず両者の一致はよい。 $K_n > 1$ で一致が悪化するのは、有限のパイプ長の両端において上記の境界条件を課したことが原因と思われる。

計算時間

$K_n = 1$ の問題の場合、Core i7 2.67Ghz 搭載パソコンで 17 時間程度。

参考文献

[1]Doi,T. : Numerical analysis of the Poiseuille flow and the thermal transpiration of a rarefied gas through a pipe with a rectangular cross section based on the linearized Boltzmann equation for a hard sphere molecular gas : Journal of Vacuum Science & Technology A. Vol.28,No.4(2010),pp.603-612.